

小学校分数指導を再考する
—「分割量分数」と「互除法分数」による指導法から—

原 啓司

小学校分数指導を再考する

－「分割量分数」と「互除法分数」による指導法から－

Reconsider Method of Fraction Instruction for Primary School Mathematics

-Teaching Method of Divided Amount Fraction and Algorithm Fraction-

原 啓司

分数理解の困難性については、以前より多くの議論がなされており、つきることのない課題となっている。和歌山県が例年小学校4年生と5年生を対象に実施している学習到達度調査問題においてもその傾向が現れている。しかし、その問題に見られる子どもの躓きに焦点を当てると、分数学習のポイントが見えてくる。簡潔に言えば、それは1単位量の意識づけである。本稿では、その実践例として「分割量分数」と「互除法分数」による導入方法を示すことで、小学校における分数指導の新たな方向を提起したい。

キーワード：分割量分数、互除法分数、タイル図、帯分数表記、学習到達度調査

1 はじめに『研究の背景』

26年前になるが『分数ができない大学生』（岡部・戸瀬・西村〔編〕1999）という本が出版され、当時の大学生が持つ数学理解力の低下が問題視された。社会的にも注目を集め新聞等でも話題になった。そして令和の時代となった今はどうであろうか。外畑(2022)は、現在の大学生でも分数概念の理解不足を指摘している。また、瀬山(2022)は、少年院での矯正教育として数学を指導した経験から少年たちが最も理解を不足としているのが小学校段階からの分数であったと述べている。今井(2024)は、子どもたちにとって分数は「エイリアン」と称し、発達心理学でも世界中の子どもが分数に苦しんでいることが常識となっていると述べており、分数や小数の概念の難しさを教育者が理解したうえで、この概念の教え方の見直しをしなければならないと提言している。

小学生の現状に目を向けた時、参考例として調査テストがある。和歌山県では例年10月に「和歌山県学習到達度調査」を実施している。(以下「学習到達度調査」)対象は、

小学校では4年生と5年生、中学校では1年生と2年生である。令和6年度に実施された小学校5年生算数の問題で最も正答率が低かったのが分数の問題であった(図1)。また平成30年度の学習到達度調査4年生算数においても同様の問題が出されていた(図2)。

令和6年度の問題図1の正答率は20.8%、無解答率は1.7%であった。およそ8割の子が間違えたことになる。主

な誤答は、 $\frac{7}{8}m$ と $\frac{7}{2}m$ であった。平成30年度の問題(図2)

の正答率は10.3%、無解答率は4.1%であった。対象が4年生だったこともあるが、9割の子どもができなかったこ

とになる。主な誤答は、 $\frac{10}{14}m$ と $1.3m$ であった。ここで注

目すべき誤答は、図1の $\frac{7}{8}m$ と図2の $\frac{10}{14}m$ である。どちら

も分割操作だけによる分数表記がなされており、単位量1mをもとに考えられていないことが分かる。

また図1の $\frac{7}{2}m$ については、2mを等分割した7つ分と

判断したと考えられ、いずれにしても1単位量を起点とした分数理解に課題があるといえる。そこで、小学校における分数指導について子どもたちの誤答から導き出された課題からまず、和歌山県で使用されている検定教科書2社(啓林館・東京書籍)の2年生、3年生の内容を検討し、次に分数の多様性について文献を分析し、さらに自身の3年生、4年生での実践により分数指導における指導段階でのポイントを示したい。

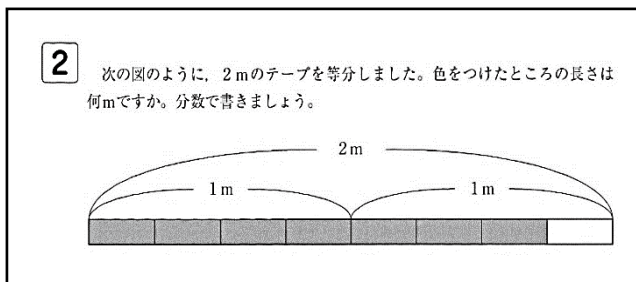


図1 令和6年度学習到達度調査小学校5年生算数

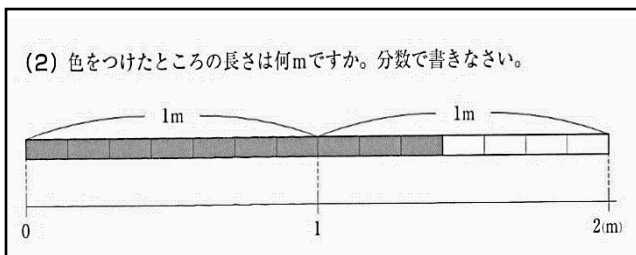


図2 平成30年度学習到達度調査4年生算数

2 検定教科書2社の内容

学習到達度調査問題に見られる子どもの躓きを探るためにも教科書の内容に触れてみたい。現在和歌山県内では、啓林館と東京書籍の2社の教科書が使われている。

そして現行の学習指導要領では、2年生で、初めて分数を学習することになっている。まず、2年生で分数の意味がどう表記されているか見てみる。

図3、図4の教科書のどちらも「もとの大きさの2つに分けた1つ分が $\frac{1}{2}$ 」としている。つまり分割操作のみによって分数を表すことで分数概念を教えるにとどまっている。

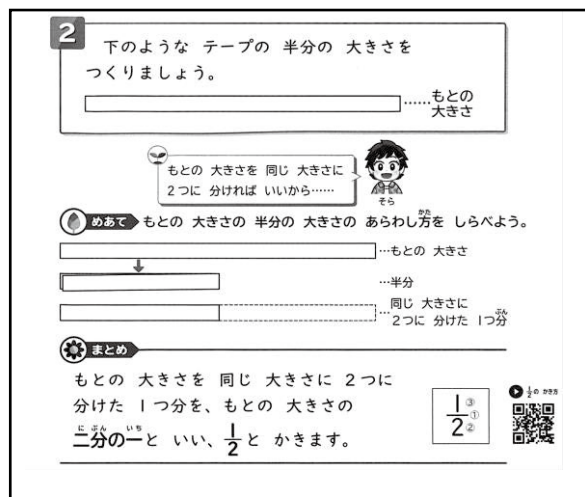


図3 啓林館「わくわく算数2年下 p104

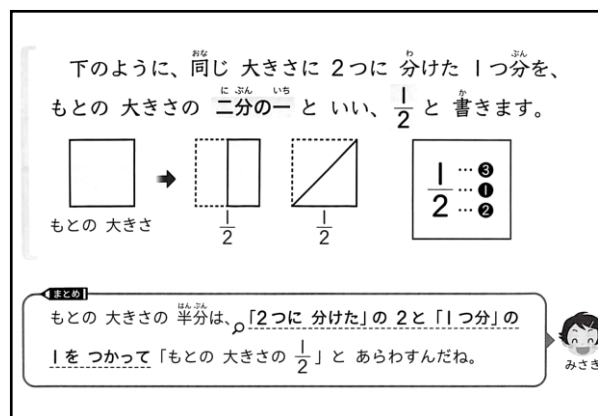


図4 東京書籍「新しい算数2年下 p82

次に3年生の教科書ではどうであろうか、図5、図6の教科書の内容を見ると、3年生では、もとの量となる単位量1mをもとに単位分数を導き出している。ただし「1mの $\frac{1}{2}$ 」や「1mの $\frac{1}{3}$ 」といった表現が使われており、ここでも分割操作の意味合いが濃く出ていと言わざるを得ない。

また、図について言えば、テープ図や線分図が使われているがこれについて、遠山(1972)は、「 $2 \div 3$ は $\frac{2}{3}$ のような

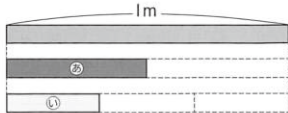
説明を長さで行っているが、 $\frac{2}{3}$ のように分母の数値が小さい

ときはいいが、 $4 \div 7$ は $\frac{4}{7}$ のようになると同じ方法だとこみい

ったやり方になるため、直線を使った説明では一般化できない。」とし図7、縦にも横にも割れるタイル図を使うことを推奨している図8。図7の線分図やテープ図での導入では1

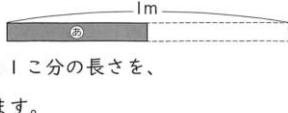
単位量を明確に限定しにくいということが考えられる。

1 前のページでつくったあまりの長さは、何mといえますか。



めあて 1mを何等分したかて長さを表そう。

ア ②の長さ
1mのテープを2等分した1こ分の長さを、
1mの $\frac{1}{2}$ (2分の1) といいます。



イ ①の長さ
1mのテープを3等分した1こ分の長さを、
1mの $\frac{1}{3}$ (3分の1) といいます。

まとめ
1mの $\frac{1}{2}$ の長さを $\frac{1}{2}$ mとかき、「2分の1メートル」とよみます。
1mの $\frac{1}{3}$ の長さを $\frac{1}{3}$ mとかき、「3分の1メートル」とよみます。

長さを、 $\frac{1}{2}$ mや $\frac{1}{3}$ mのように表すことができるんだね。


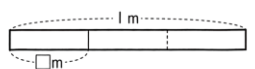


図5 わくわく算数3年下 p39

1 1mのテープを3等分します。分けた1こ分の長さは、何mといえよいでしょうか。

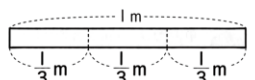
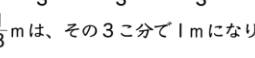


もとの長さは1mだよ。

1 分けた1こ分の長さは、1mの何分の一ですか。

? 1mを等分した長さの表し方を調べよう。

もとの長さは1mです。1mの $\frac{1}{3}$ の長さを、 $\frac{1}{3}$ mと書き、「三分の一メートル」と読みます。

$\frac{1}{3}$ mは、その3こ分で1mになります。

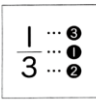
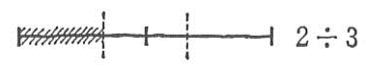
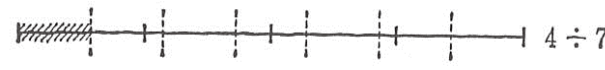


図6 新しい算数3年下 p45



$2 \div 3$



$4 \div 7$

図7 遠山啓 (1972) 『数学の学び方・教え方』 p99

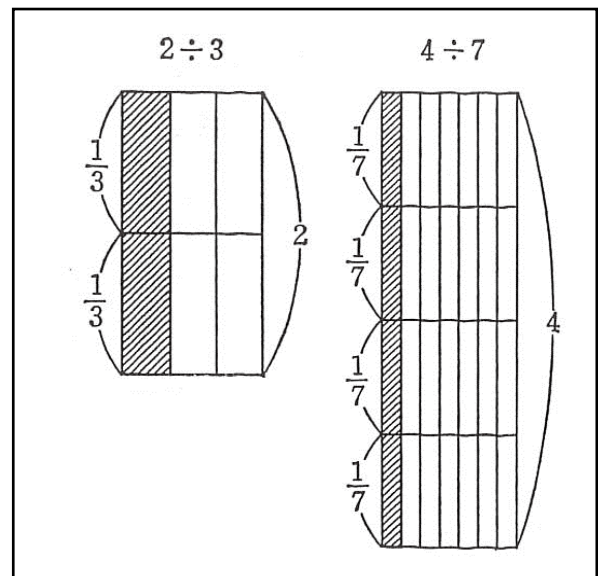


図8 遠山啓 (1972) 『数学の学び方・教え方』 pp98-99

3 分数の多様性

分数学習を難しくしている要因の一つにその多様性があげられる。学習指導要領解説算数編(2019)の第3学年の目標と内容において、「分数は、等分してできる部分の大きさや端数部分の大きさを表すのに用いられる。」とし、分数の意味の捉え方について、 $\frac{2}{3}$ を例に下記のように5つに分類し、説明している。

- ① 具体物を3等分したものの二つ分の大きさを表す。
- ② $\frac{2}{3}$ L、 $\frac{2}{3}$ mのように、測定したときの量の大きさを表す。
- ③ 1を3等分したもの(単位分数である $\frac{1}{3}$)の二つ分の大きさを表す。
- ④ AはBの $\frac{2}{3}$ というように、Bを1としたときのAの大きさを表す。
- ⑤ 整数の除法「 $2 \div 3$ 」の結果(商)を表す。

これらの分数をそれぞれの成り立ちから、分類していくと、①は、操作分数、②は、量分数、③は、分割分数、④は、割合分数、⑤は、商分数と捉えることができる。松下(2025)は、分割分数を、操作分数を含むより広い概念で捉えるべきだとしている。そして子どもが日常生活の中でつくってきている分数概念は、分割操作の結果を表す量分数

である分割量分数によって分数を導入すべきだと提言している。

4 分割量分数

分割量分数とは、上垣（1993）が定義した分数である。分数を単位量の等分割によって導入することがきわめて自然であるとし、これまで分割分数と量分数が対立的に議論されることが多かったが必ずしもそうではなく、要は分割操作を1人歩きさせる操作分数にならないように注意を払えばよいとしている。上垣はこれを古代数学史(エジプト、バビロニア、ギリシャ、ローマ、インド、中国)を調べることによって、分数がこのような分割量分数として発生してきた、ということを明らかにした。

一方、日常生活を見ると、よく料理のレシピに「牛乳 3分の2カップ」とある。これは「1カップを3等分した2つ分」を意味している。つまりは「1まとまりの対象の持つ量をa等分したb個分の大きさ」を表している。重要なのはこの「1まとまりの対象」という部分を意識させることなのである。

松下(2025)は、この「1まとまりの対象」を「ある単位量」とし、分割量分数を「ある単位量をa等分したもののbこ分の大きさを表す数」と再定義している。この「ある単位量」には個別単位量と普遍単位量の両方を含まれており、これによって日常の分数（3分の2カップ等の個別単位量）と算数科の分数（3分の2m等の普遍単位量）のどちらにも適応できるとしている。

また中西と西村による「分割分数から量分数への指導に関する一考察(2016.4.18)」では、分割量分数が分割分数から量分数へ飛躍することなくうまくつながられる重要な分数であることが小学校3年生を対象とした授業実践で明らかにされている。

5 互除法分数

前章では、「1まとまりの対象」を意識させる、つまり「1単位量」の意識が重要であると述べた。この「1単位量」を基準として意識させる分数に互除法による分数がある。上垣(2001)の解説によると、例えば、長さaを測って数値化する場合、長さaをある単位(1m)で測ったら端数rがでたとする。このrで1mを測ったところ3つ分とれたとす

ると、 $r = \frac{1}{3}m$ となるから、aは、 $1\frac{1}{3}m$ と分かる。このようにして導き出された分数が「互除法分数」と呼ばれているものである図9。

前述した学習指導要領における第3学年の内容「分数は、等分してできる部分の大きさや端数部分の大きさを表すのに用いられる。」から、端数で1単位量を「測る」場面作りである互除法分数を分割操作の後に取り入れることは、必要な学習活動であるといえる。

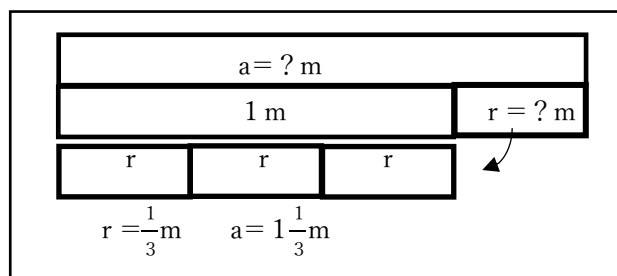


図9 新諺解 AMI 語辞典の互除法分数の説明を図化

6 分割量分数と互除法分数を取り入れた実践例

調査問題における子どもの躰きから明らかになった課題は、1単位量を起点とした分数理解にあることから、指導方法の改善を考えた時、1単位量が意識づけられる「分割量分数」と「互除法分数」による導入を提案する。これは御坊市立湯川小学校4年生（2012年）と御坊市立塩屋小学校3年生（2016年）での実践の一部である。

<分数 第1時>『ぴったり3等分・3分の1Lを作ろう』

- ・実践校 和歌山県御坊市立塩屋小学校
- ・実践年月 2016年12月
- ・実践者 原 啓司
- ・学年と単元 第3学年「分数」

ちょっといじわるな問題のようだが、形の違う3種類のペットボトルかコップを用意して、1Lの色水をぴったり3等分にできるかと子どもたちに問いかける。(図10)

形が違うのでなかなかぴったりにはできないが、何回か挑戦してもらったあと、ペットボトルの底がつながった教具を出して演示し、等分割しなければならないことを逆に意識させるのである。この教具は、ペットボトルの底に穴をあけ、水漏れ防止の接着剤でつなげたものである。液体を入れると、きれいに液体が3等分される仕組みになって

いる。底がつながったものと、つながってはなく輪ゴム止
めしているだけの物を2種類用意する写真1。

1Lの色水を底がつながった水槽に入れると底でつな
がっているため色水は均等にならされてぴったり3等分され
る写真2。

次にそれを注意深く底がつながっていないペットボトル
に移し、輪ゴム止めを外してばらばらにすると、 $\frac{1}{3}$ Lの色水
が取り出される写真3～5。ここで、「1Lを3つに等しく
分けた1つ分の大きさが $\frac{1}{3}$ L」と定義づけるのである。

次に、この $\frac{1}{3}$ Lの色水をまた1Lにもどす操作を行うの
である写真6。そして、「3つ分で1Lになる物の1つ分を
 $\frac{1}{3}$ L」と再定義づけをする。つまり1Lという1単位量を3

等分し、3等分してできた $\frac{1}{3}$ L3つ分で1Lに戻す活動をす
ることにより、1単位量が基準となっていることを意識づ
けするのである。線分図やテープ図に描いて指導するの
ではなく、現実の場面で起こる現象として示すことでより概
念形成がなされると考える。まとめると、図11のように定
義づけることができる。

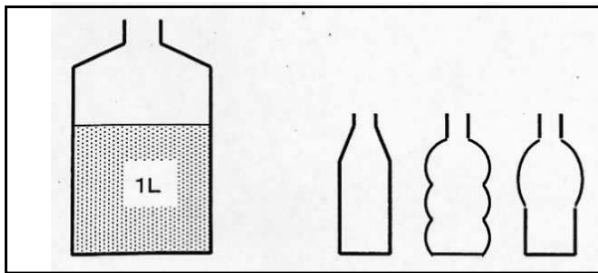


図10 授業用プリントの提示図



写真2 1Lの水が均等にならされた状態



写真3 底がつながっていない水槽に移し変える

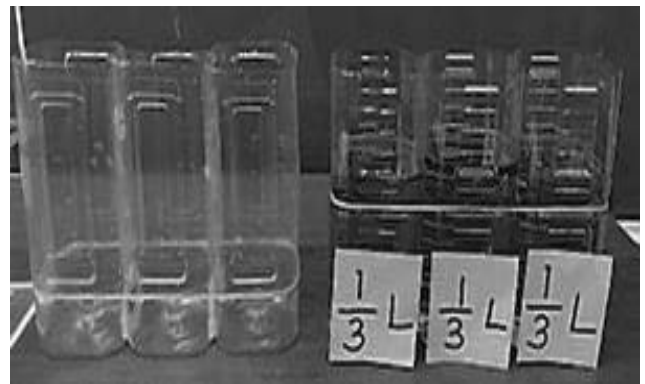


写真4 移し変え 1Lが3等分されたことを示す

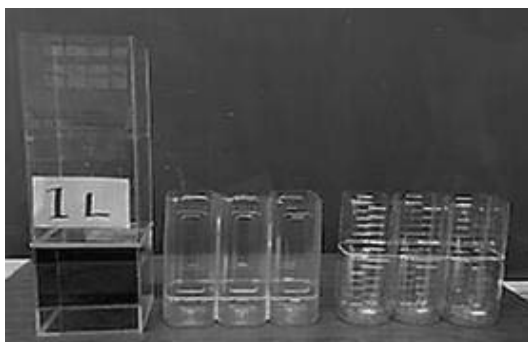


写真1 導入に活用した教具左から「3Lます」「底のつながった水槽」「底がつながっていない水槽」

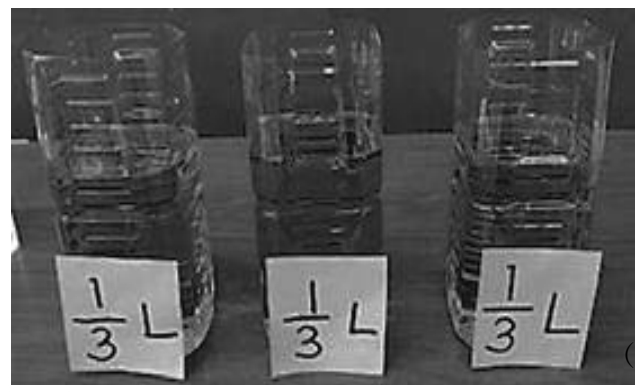


写真5 分割し $\frac{1}{3}$ Lを取り出す

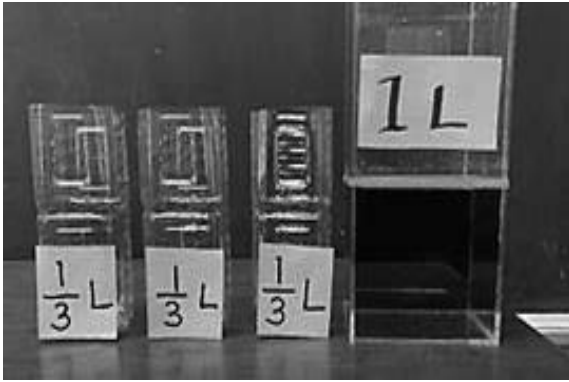


写真6 $\frac{1}{3}L$ をもとの $1L$ にもどす

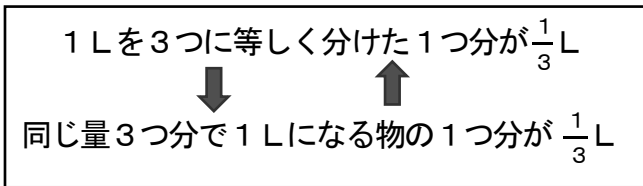


図11 分数の意味を定義づける

3年生で実施してもいいのではないかと考える。あるいは、4年生でも「分割量分数」から導入し、1単位量への意識づけを行うようにすればいい。加えて、「互除法分数」の学習から1単位量を起点とした分数理解の重要性を考えた時、帯分数を丁寧に扱うことが求められるといえる。



写真7 $2\frac{1}{3}L$ の水を提示

- <分数 第2時> 『はしたの大きさを表そう』
- ・実践校 和歌山県御坊市立湯川小学校
 - ・実践年月 2012年10月
 - ・実践者 原 啓司
 - ・学年と単元 第4学年「分数」

(子どもには伝えずに3Lマスに $2L$ と $\frac{1}{3}L$ になるように色水を入れ、はんばの大きさがどれだけになるのかを子どもたちに予想させる写真7。この色水の部分を紙に写し取り子どもたちに渡す図12。

長さを測り小数値で求めようとしてもできないことが分かれば、子どもたちに「切っても、折ってもいいよ。」と伝え作業をさせる。結果、はんば(端数)が3つ分で $1L$ になることを見つけさせるのである。3つ分で $1L$ になることから、はんば(端数)の大きさが、 $\frac{1}{3}L$ であることを見つめることができる。この活動について活動させたまま終わるのではなく、タイル図に表すことで結果を一般化できる図13。

結果、最初の色水の量は、 $2L$ と $\frac{1}{3}L$ ということになる。3年生で帯分数は扱わないため「互除法分数」の学習は4年生で行うことになるが、スパイラルの観点から考えると

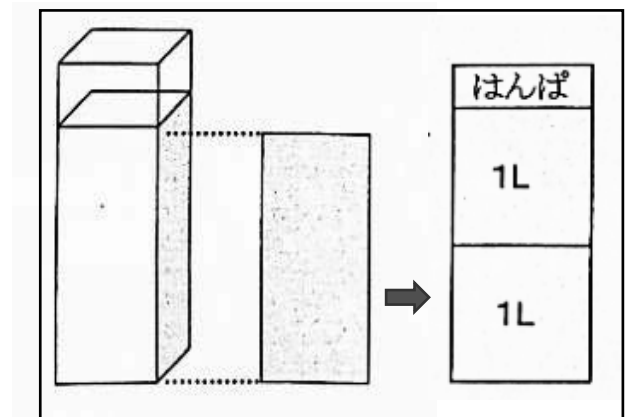


図12 写真7を図に表す

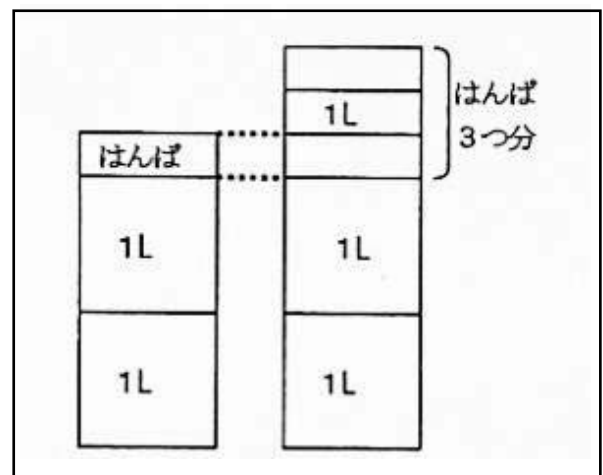


図13 端数を数値化する

7 まとめと今後の課題

調査問題に表れた分数理解の課題を子どもの躓きからその要因を明らかにすることにより、指導段階でのポイントを示すことができた。そして自身の実践経験から「分割量分数」と「互除法分数」による指導方法を提起することができた。実際にこの導入により子どもたちは1単位量を意識することで量として分数を捉えることができ、本稿でも紹介した液量を使つての活動はよりその理解を助けていた。またタイル図に表すことでさらに量のイメージを持つことが出来、その後の分数の加減計算でもタイル図を介在することによって計算の仕組みを理解できていた。つまりは「分割量分数」と「互除法分数」という1単位量に着目する分数を積極的に導入に使うことで量としての分数が強く印象づけられ、分割操作だけが独り歩きすることで起こる躓きを防ぐことができるのである。

今後の課題としては、カリキュラム上の位置づけをどう考えるかということと、この「分割量分数」や「互除法分数」がどの子どもに対しても有効性を発揮することを示していくことである。

8 参考・引用文献

- 岡部恒治・戸瀬信之・西村和雄(1999) 『分数ができない大学生-21世紀の日本が危ない-』東洋経済新報社
- 外畑明斗(2024) 「小学校算数科「分数」における学びのユニバーサルデザインに基づいたICT活用教材の開発と効果」
『和歌山信愛大学2023年度卒業論文』(未公刊)
- 高橋一雄・瀬山士郎・村尾博司(2022) 『僕に方程式を教えてください-少年院の数学教室』集英社
- 今井むつみ(2024) 『学力喪失-認知科学による回復への道筋』岩波新書
- 啓林館『わくわく算数2年下』令和6年5月10日発行
pp104-109
- 啓林館『わくわく算数3年下』令和6年5月10日発行
pp38-43
- 東京書籍『新しい算数2年下』令和6年7月10日発行
pp80-85
- 東京書籍『新しい算数3年下』令和6年7月10日発行

pp44-48

- 小学校学習指導要領算数編(2019)日本文教出版pp152-155
- 上垣渉(1993) 「古代史からみた分数」『数学教室498(5月号)』pp15-20
- 松下佳代(2025) 「<量分数VS.割合分数>対立図式の誤り」『数教協ゼミナール66復刻版分数指導のあたらしい方向を求めて』松下佳代・松井幹夫・小島順・上垣渉
数学教育協議会 pp3-13
- 松下佳代(2025) 「分割量分数は何を主張しているのか-日常の算数と学校の算数の接点を求めて-」
『数教協ゼミナール66復刻版分数指導のあたらしい方向を求めて』松下佳代・松井幹夫・小島順・上垣渉
数学教育協議会 pp14-27
- 遠山啓(1972) 『数学の学び方・教え方』岩波新書
- 上垣渉(2001) 『新諺解AMI語辞典』近畿地区数学教育協議会出版局
- 中西正治、西村徳寿(2016) 「分割分数から量分数への指導に関する一考察」数学教育研究 Vol45 pp11-24
大阪教育大学数学教室

この研究ノート作成にあたり、令和6年度及び平成30年度和歌山県学習到達度調査問題(小学校算数)使用の許可をして下さった和歌山県教育庁学校教育局義務教育課に御礼申し上げます。

